**Лабораторна робота №9**

## Тема: Побудова найлегшего бiнарного дерева за алгоритмом Хаффмана.

Подамо алгоритм побудови бінарного дерева (префіксного коду) з мінімальною вагою за відомими вагами листків (літер).

**Алгоритм Хаффмана (Haffman's algorithm)**

1. Впорядковуємо ваги (відносні частоти) у порядку неспадання.
2. Вилучаємо з масиву ваг (частот) найменші елементи *fj* та *fk*, замість них долучаємо ( *fj* + *fk*).
3. Створюємо бінарне дерево з одним коренем і його двома безпосередніми нащадками (символами або раніше побудованими бінарними деревами), що відповідають вилученим вагам (частотам) *fj* та *fk* :
   * дузі від кореня до одного з нащадків ставимо у відповідність 0;
   * дузі від кореня до іншого нащадка ставимо у відповідність 1;
   * долученій вазі (частоті) ( *fj* + *fk*) ставимо у відповідність корінь побудованого бінарного дерева.
4. Кроки 1–3 здійснюємо доти, поки у масиві невилучених ваг (частот) не залишиться один елемент.
5. Формуємо код Хаффмана, утворюючи послідовність з нулів і одиниць, поставлених у відповідність дугам маршруту (шляху) з кореня останнього побудованого дерева до заданого елемента (код шляху).

**Зауваження.** *Для однозначності алгоритму Хаффмана на кроці 3 потрібно задати правило відповідності різним дугам нуля чи одиниці. Наприклад, з використанням алфавітного порядку для символу чи послідовності символів, що є листками побудованих дерев.*

*Нехай кожна літера aj абетки A має додатну вагу fj, а відповідний елемент двійкового коду має довжину lj. Тоді* ***вагою коду*** *називають суму:*

*f*1 *l*1 + *f*2 *l*2 + *f*3 *l*3 + ⋯ .

**Лема 1.** *Для довільної скінченої множини листків (символів) і довільного розподілу ваг (частот) серед цих символів існує бінарне дерево мінімальної ваги з цими листками (символами).*

**Приклад.** За алгоритмом Хаффмана побудуємо бiнарне дерево та обчислимо його вагу.

A = { 24, 31, 15, 39, 34, 19, 48, 3, 29, 28 }

|  |  |
| --- | --- |
| 1 крок  А={ 3, 15, 19, 24, 28, 29, 31, 34, 39, 48 }  2 крок  А={ 18, 19, 24, 28, 29, 31, 34, 39, 48 }  А={ 37, 24, 28, 29, 31, 34, 39, 48 }  А={ 24, 28, 29, 31, 34, 37, 39, 48 }  А={ 52, 29, 31, 34, 37, 39, 48 }  А={ 29, 31, 34, 37, 39, 48, 52}  А={ 60, 34, 37, 39, 48, 52} | А={34, 37, 39, 48, 52, 60}  А={71, 39, 48, 52, 60}  А={39, 48, 52, 60, 71}  А={87, 52, 60, 71}  А={52, 60, 71, 87}  А={112, 71, 87}  А={71, 87,112}  А={158, 112}  А={112, 158} => А={270} |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | код | Довжина коду | Вага |
| 3 | 10100 | 5 | 15 |
| 15 | 10101 | 5 | 75 |
| 19 | 1011 | 4 | 76 |
| 24 | 000 | 3 | 72 |
| 28 | 001 | 3 | 84 |
| 29 | 010 | 3 | 87 |
| 31 | 011 | 3 | 93 |
| 34 | 100 | 3 | 102 |
| 39 | 110 | 3 | 117 |
| 48 | 111 | 3 | 144 |
|  |  | **Вага** | **865** |

### Завдання:

За алгоритмом Хаффмана побудувати найлегше бiнарне дерево та пiдрахувати його вагу.

1. Процес побудови найлегшого бiнарного дерева.
2. Малюнок отриманого дерева.
3. Розрахунок сумарної ваги побудованого бiнарного дерева.

### Iндивiдуальнi завдання (варiанти):

Вага висячих вершин бiнарного дерева представлена таким списком:

1. A = { 4, 34, 26, 4, 15, 28, 35, 50, 49, 43 }
2. A = { 28, 5, 33, 31, 44, 50, 47, 24, 48, 41 }
3. A = { 36, 34, 24, 39, 5, 46, 18, 50, 44, 13 }
4. A = { 12, 19, 13, 47, 20, 32, 22, 38, 49, 24 }
5. A = { 21, 19, 31, 33, 38, 22, 20, 26, 14, 20 }
6. A = { 8, 4, 1, 13, 28, 17, 25, 18, 35, 13 }
7. A = { 9, 48, 29, 11, 33, 42, 37, 40, 33, 42 }
8. A = { 48, 26, 20, 15, 12, 46, 33, 50, 20, 30 }
9. A = { 7, 4, 46, 27, 27, 37, 37, 37, 9, 8 }
10. A = { 48, 22, 17, 40, 40, 44, 24, 29, 41, 6 }
11. A = { 14, 13, 7, 43, 48, 20, 20, 19, 18, 29 }
12. A = { 32, 12, 21, 4, 47, 20, 36, 42, 47, 41 }
13. A = { 14, 47, 3, 14, 44, 16, 3, 25, 44, 36 }
14. A = { 4, 9, 42, 4, 17, 18, 46, 49, 28, 11 }
15. A = { 24, 40, 42, 31, 11, 2, 20, 9, 9, 25 }
16. A = { 48, 9, 4, 42, 14, 24, 10, 25, 25, 49 }
17. A = { 38, 23, 7, 50, 17, 5, 47, 48, 49, 34 }
18. A = { 43, 33, 1, 33, 7, 42, 13, 30, 30, 47 }
19. A = { 40, 38, 4, 35, 39, 8, 13, 36, 45, 16 }
20. A = { 17, 11, 40, 6, 46, 50, 3, 17, 9, 47 }
21. A = { 2, 48, 35, 30, 15, 29, 34, 2, 24, 23 }
22. A = { 41, 33, 50, 36, 10, 19, 20, 17, 6, 39 }
23. A = { 17, 30, 9, 42, 35, 44, 15, 46, 23, 27 }
24. A = { 44, 15, 42, 25, 27, 20, 13, 49, 32, 30 }
25. A = { 50, 36, 20, 47, 13, 39, 1, 21, 4, 2 }
26. A = { 46, 9, 32, 49, 30, 6, 37, 35, 35, 8 }
27. A = { 15, 6, 13, 27, 37, 4, 47, 4, 46, 45 }
28. A = { 21, 34, 12, 25, 4, 45, 2, 7, 29, 30 }
29. A = { 24, 31, 15, 39, 34, 19, 48, 3, 29, 28 }
30. A = { 6, 20, 9, 15, 8, 29, 45, 27, 43, 33 }